Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022

Matematika untuk SMP/MTs Kelas VII

Penulis: Dicky Susanto, dkk.
ISBN: 978-602-244-883-9 (Jil.1)

Bab 5

Kesebangunan

Bagaimana kesebangunan dapat menolong kita menentukan ukuran bangun datar lain?

Tujuan Pembelajaran

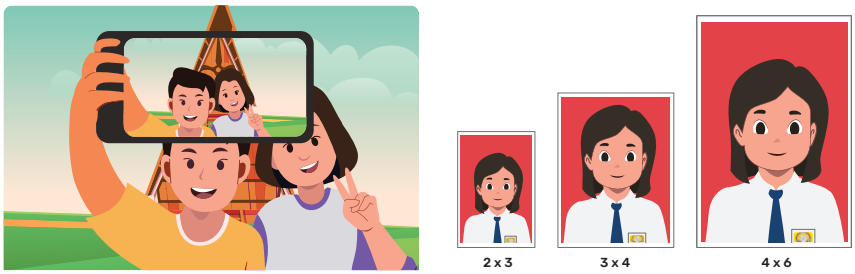
Setelah mempelajari bab ini, diharapkan kalian dapat:

- √ Menentukan hubungan antar sudut pada garis-garis yang berpotongan dan pada dua garis sejajar yang dipotong oleh garis transversal
- √ Mengestimasi besar sudut
- √ Menggunakan informasi mengenai sudut (pelurus, penyiku, sehadap dan berseberangan pada bangun datar untuk menyelesaikan masalah untuk sudut yang tidak diketahui)
- √ Menggunakan syarat kesebangunan untuk menentukan apakah dua segitiga sebangun
- √ Menggunakaan syarat kesebangunan untuk menyelesaikan masalah

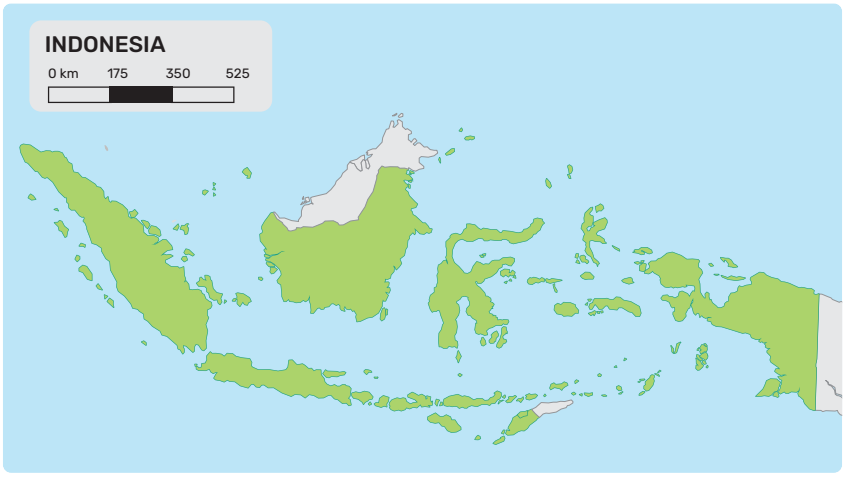
Pengantar bab

Perhatikan beberapa gambar berikut. Apa kesamaan dari gambar-gambar ini?

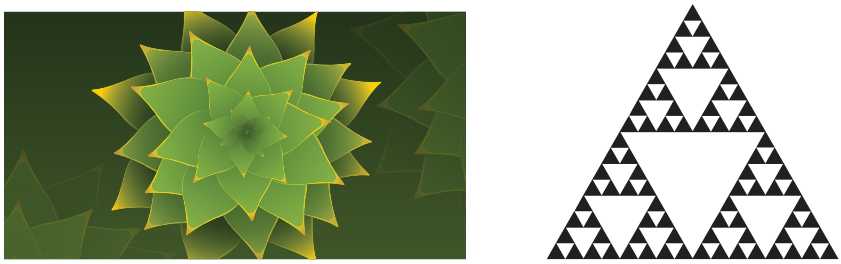
Gambar 5.1 Maket



Gambar 5.2 Foto



Gambar 5.3 Peta



Gambar 5.4 Fraktal

Maket, peta, dan foto, seperti terlihat pada Gambar 5.1 s.d. 5.3, adalah model dari aslinya yang dibuat secara proporsional. Maket merupakan model tiga dimensi yang menunjukkan bentuk dari rumah sebenarnya sehingga dengan melihat maket tersebut, kita dapat membayangkan rumah aslinya seperti apa. Peta merupakan model dua dimensi yang menyatakan berbagai daerah (benua, kepulauan, dan sebagainya)

dalam perbandingan yang sesuai dengan sebenarnya. Walaupun ukuran foto berbeda-beda, namun tetap menunjukkan gambaran orang aslinya. Dengan kata lain, maket, peta, dan foto **sebangun** dengan benda aslinya. Fraktal, seperti terlihat pada Gambar 5.4, dapat dibagi menjadi bagian-bagian yang sebangun dengan gambar utuhnya. Semua contoh ini berkaitan dengan konsep proporsional telah kalian pelajari pada Bab 3.

Pada bab ini kalian akan memperluas pemahaman kalian mengenai proporsi dengan menerapkannya pada benda-benda yang sebangun. Kita akan memulai dengan mempelajari hubungan antar sudut, arti kesebangunan, dan kesebangunan pada segitiga.

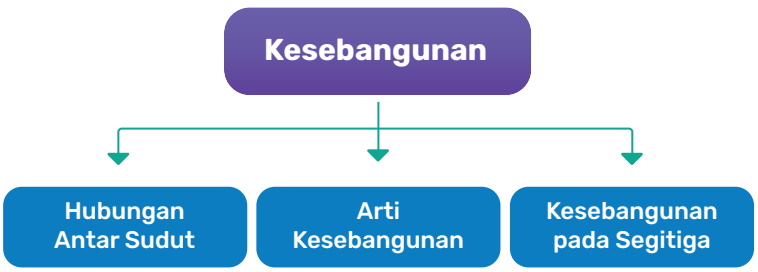
Pertanyaan Pemantik

- Bagaimana saya tahu sudut mana yang sama besar tanpa mengukur?
- Apa artinya sebangun?
- Apa syarat minimum dua segitiga sebangun?

Kata Kunci

Sudut, besar sudut, pelurus, penyiku, garis sejajar, bertolak belakang, sehadap, berseberangan, segitiga, segi empat, sebangun, perbandingan sisi

Bagan Materi

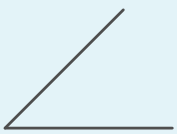


Ayo Mengingat Kembali

Pada jenjang sebelumnya, kalian pasti pernah belajar tentang sudut.

Masih ingatkah kalian cara mengukur sudut? Ukurlah besar sudut-sudut berikut.

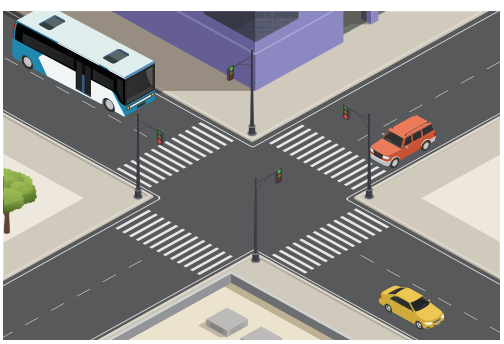
a.



b.

c.

A. Hubungan Antar Sudut



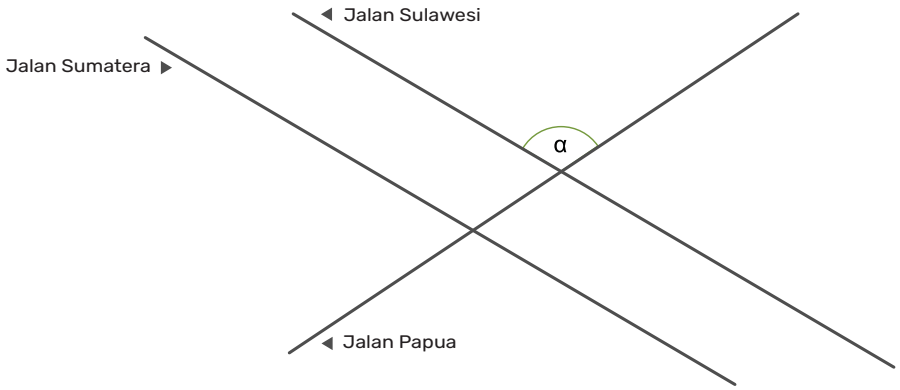
Gambar 5.5 Persimpangan Jalan

Gambar 5.5 menunjukkan persimpangan jalan. Setiap persimpangan jalan membentuk sudut. Sudut yang ukurannya terlalu kecil akan menyulitkan kendaraan yang akan berbelok. Saat para perencana merencanakan sebuah kota, sudut pada persimpangan jalan perlu ditentukan dengan cermat. Idealnya persimpangan sudutnya tegak lurus, namun kondisi geografis maupun kondisi lingkungan yang sudah ada sebelumnya dapat membuat persimpangan tidak dapat tegak lurus.

Eksplorasi 5.1 Besar Sudut Persimpangan

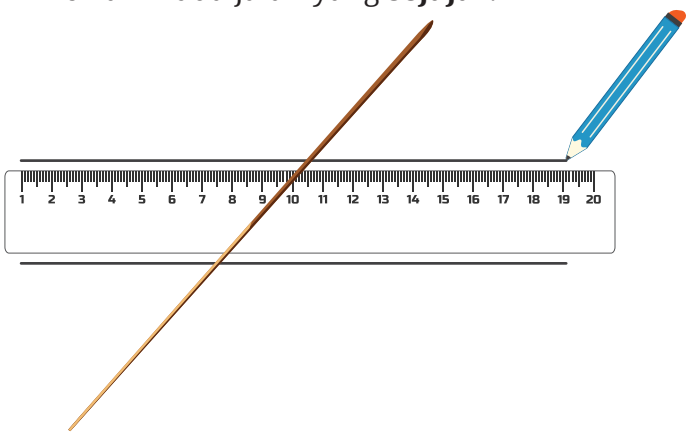
Asep bermain *game* simulasi perancangan kota. Di suatu daerah, terdapat dua jalan yang sejajar, Jalan Sumatera dan Jalan Sulawesi. Asep ingin membuat Jalan Papua melewati kedua jalan tersebut, namun game mengalami eror dan jalan ini tidak bisa tegak lurus dengan

kedua jalan lainnya. Bantu Asep untuk menyelidiki akibatnya terhadap besarnya sudut-sudut antar jalan.



Gambar 5.6 Persimpangan di Daerah N

1. Buat bentuk seperti Gambar 5.6 di atas.
   Langkah-langkah:
   - Ambillah penggaris kalian, buat garis pada kedua sisinya. Dua garis ini mewakili dua jalan yang **sejajar**.



   - Ambil sebatang lidi, letakkan sehingga berpotongan dengan kedua garis tadi. Lidi ini mewakili jalan ketiga.
   - Untuk memudahkan penyebutan, beri nama setiap sudut yang ada. Nama sudut biasanya dituliskan dengan huruf Yunani (abjad Yunani dapat dilihat pada lampiran). Huruf yang digunakan tidak harus berurutan. Tulis jawabanmu pada Tabel 5.1 di bawah ini.

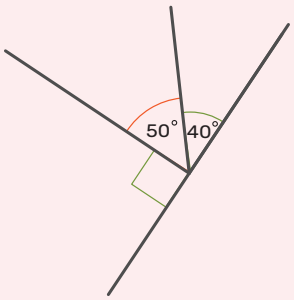
Tabel 5.1 Nama Sudut

	dari Jalan	belok kiri/ kanan	ke Jalan	nama
a.	Sulawesi	kiri	Papua	α
b.	Sulawesi	kanan	Papua	β
c.	...	...	...	γ
d.	...	...	...	...
e.	...	...	...	...
f.	...	...	...	...
g.	...	...	...	...
h.	...	...	...	...

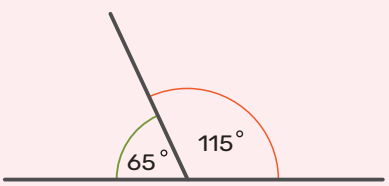
2. Gunakan busur derajat untuk mengukur besarnya sudut-sudut yang ada.
   - Jika kalian menemukan dua buah sudut yang sama besar, letakkan busur derajat pada masing-masing sudut (kalian akan membutuhkan dua busur derajat).
   - Geser-geserlah lidi. Amati besar kedua sudut yang diukur. Apakah kedua sudut itu tetap sama besar?
   - Tuliskan sudut-sudut yang sama besar:
     a. Sudut yang sama besar dengan α adalah _____
     b. Sudut yang sama besar dengan β adalah _____
     c. α dan β adalah dua sudut yang _____ karena $\alpha + \beta =$ _____

Tahukah Kalian?

1. Sudut-sudut yang berpenyiku adalah sudut yang jika dijumlahkan membentuk sudut siku-siku ($90°$). Sudut yang besarnya $40°$ dan $50°$ adalah dua sudut yang berpenyiku karena jumlahnya $90°$.



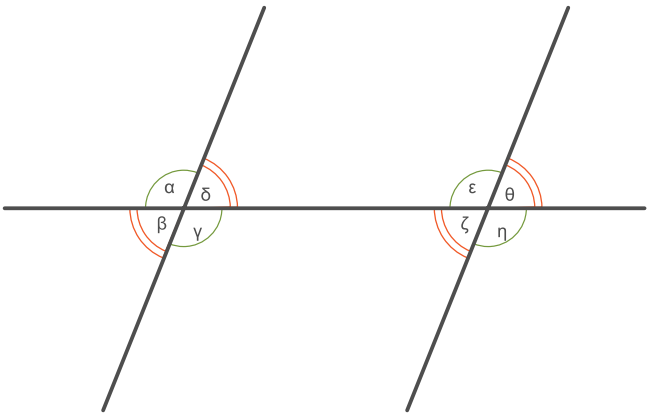
2. Sudut-sudut yang berpelurus adalah sudut yang jika dijumlahkan membentuk garis lurus ($180°$). Sudut yang besarnya $65°$ dan $115°$ adalah dua sudut yang berpelurus karena jumlahnya $180°$.



3. Ada beberapa istilah yang perlu kalian ketahui tentang hubungan antar sudut.

   Pada dua garis yang berpotongan, terdapat sudut yang **bertolak belakang**, sedangkan pada **dua garis sejajar** yang berpotongan dengan garis lain, dikenal istilah **sehadap, dalam berseberangan, luar berseberangan, dalam sepihak, luar sepihak**.

   Contoh untuk masing-masing istilah dapat dilihat pada Tabel 5.2.



Gambar 5.7 Dua Garis yang Sejajar yang Berpotongan dengan Garis Lain

Tabel 5.2 Istilah dalam Hubungan Antar Sudut untuk Gambar 5.7

Istilah	Nama Sudut
bertolak belakang	α dan γ β dan δ ε dan η ζ dan θ
sehadap	α dan ε β dan ζ δ dan θ γ dan η
dalam berseberangan	δ dan ζ γ dan ε
luar berseberangan	α dan θ β dan η
dalam sepihak	δ dan ε γ dan ζ
luar sepihak	α dan θ β dan η

4. Setelah membaca Tabel 5.2, perhatikan lagi lidi-lidi di hadapan kalian (yang sesuai dengan Gambar 5.6).
   - Lengkapi Tabel 5.3 dengan pasangan-pasangan sudut yang sesuai dengan masing-masing istilah pada Tabel 5.2. Gunakan nama sudut yang kalian tulis pada Tabel 5.1.
   - Untuk setiap pasang sudut, tentukan apakah sudut-sudut itu sama besar atau saling berpelurus.

Tabel 5.3 Hubungan Antar Sudut untuk Sudut pada Tabel 5.1

	Istilah	Nama Sudut (gunakan nama pada Tabel 5.1)	Sama Besar/ Berpelurus
a.	bertolak belakang	• _____ • _____ • _____ • _____	...
b.	sehadap	• _____ • _____ • _____ • _____	...
c.	dalam berseberangan	• _____ • _____	...
d.	luar berseberangan	• _____ • _____	...
e.	dalam sepihak	• _____ • _____	...
f.	luar sepihak	• _____ • _____	...

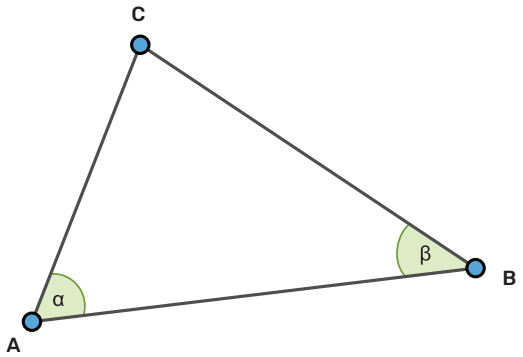
5. **Ayo Berpikir Kritis**

Hubungan mana yang masih berlaku jika kedua garis tidak sejajar?

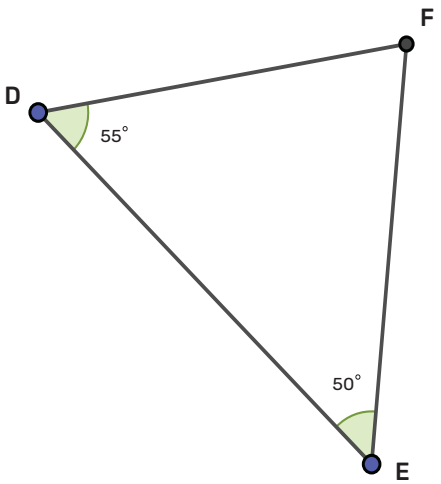
Latihan 5.1

Kerjakan soal-soal berikut.

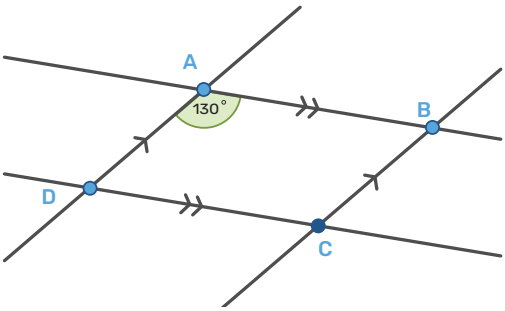
1. Pada segitiga, jika sudut-sudutnya dijumlahkan, besarnya selalu tetap. Gunakan pengetahuanmu tentang hubungan antar sudut untuk menentukan besarnya jumlah sudut dalam segitiga ini.



2. Pada $\triangle DEF$ diketahui bahwa dua sudut besarnya 55^0 dan 50^0. Tentukan besar sudut ketiga.



3. Gambar berikut menunjukkan dua pasang garis sejajar. Salah satu sudut diketahui besarnya.



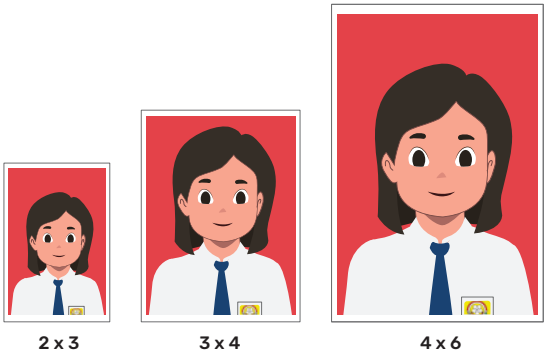
a. Tentukan besar sudut-sudut yang lain.

b. Bangun apakah yang ditunjukkan oleh segi empat $ABCD$? Jelaskan.

Ayo Berefleksi

1. Apakah saya memahami apa yang dimaksud dengan sudut bertolak belakang, sehadap, dalam berseberangan, luar berseberangan, dalam sepihak, dan luar sepihak?
2. Apakah saya tahu sudut mana saja yang sama besarnya?
3. Apakah saya bisa mengerjakan soal yang terkait dengan hubungan antar sudut?

B. Arti Kesebangunan



Gambar 5.8 Pas Foto Berbagai Ukuran

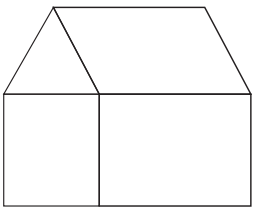
Permasalahan

Pas foto seperti terlihat pada Gambar 5.8 dapat dicetak dengan ukuran berbeda-beda. Berapa pun ukurannya, foto yang tercetak sama. Secara matematis, istilah yang digunakan adalah **sebangun**. Benda yang sebangun dapat memiliki ukuran yang berbeda, namun bentuknya tetap.

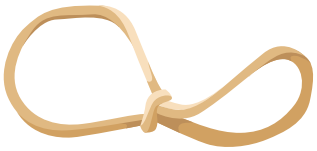
Eksplorasi 5.2 Memperbesar dan Memperkecil

Secara elektronik, memperbesar dan memperkecil dapat dilakukan dengan memanfaatkan fitur *zoom in* dan *zoom out*. Kalian dapat mencoba memperbesar secara sederhana sebagai berikut.

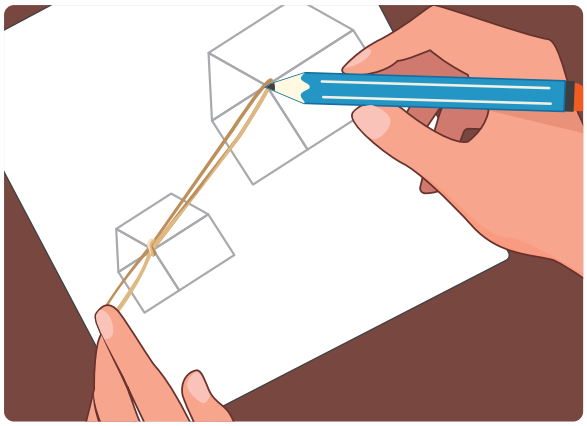
1. Ikuti langkah-langkah berikut untuk memperbesar gambar ini.



   a. Kaitkan dua buah karet gelang dengan simpul.



   b. Dengan salah satu jari, tekan salah satu ujung karet pada sebuah titik (jaga sehingga bagian ini tidak bergeser selama kegiatan). Sebaiknya gunakan tangan yang berbeda dengan tangan yang akan memegang pensil.
   c. Kaitkan pensil pada ujung yang lain. Tariklah karet sehingga simpul karet bergerak menelusuri gambar.



d. Gambar apakah yang dihasilkan oleh goresan pensil?

2. Bandingkan gambar awal dan gambar buatan kalian. Dalam hal apa kedua gambar tersebut sama? Dalam hal apa keduanya berbeda? Bandingkan hal-hal berikut:
   a. Bentuk secara umum
   b. Panjang garis
   c. Keliling
   d. Luas
   e. Besar sudut
3. Lakukan hal yang sama untuk gambar yang berbeda (kalian dapat membuat gambar sendiri). Bandingkan kedua gambar tersebut.
4. **Ayo Berpikir Kritis**

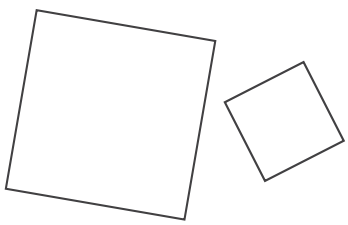
   Modifikasi apa yang dapat kalian lakukan untuk memperkecil gambar?

Bangun datar yang dihasilkan dalam Eksplorasi 5.2 adalah bangun datar yang **sebangun** dengan bangun datar awal.

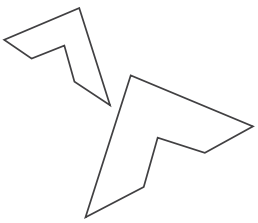
Latihan 5.2

1. Untuk setiap pasangan gambar berikut, tentukan apakah pasangan gambar tersebut sebangun atau tidak sebangun.

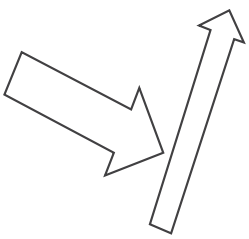
a.



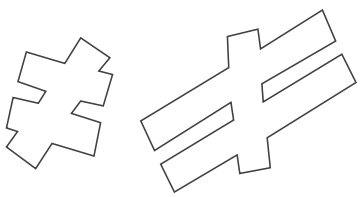
c.



b.



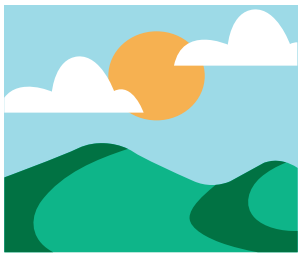
d.



2. Kinan mengubah ukuran gambar pada layar komputernya. Manakah gambar yang sebangun dengan gambar asli?

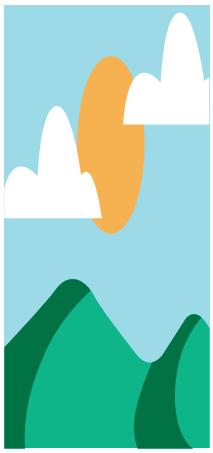
Gambar asli

a.

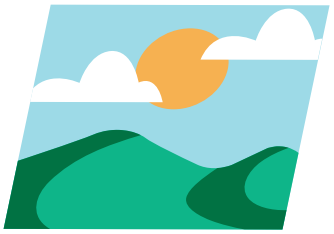


c.

b.

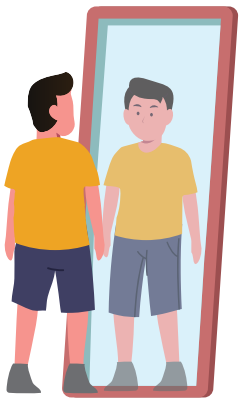


d.

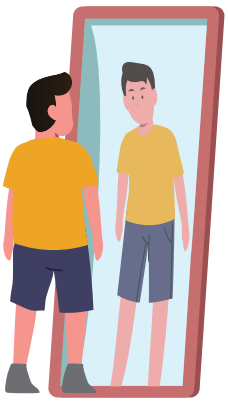


3. Cermin manakah yang menghasilkan bayangan yang sebangun dengan benda asalnya?

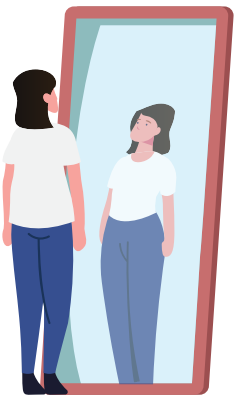
a.



b.



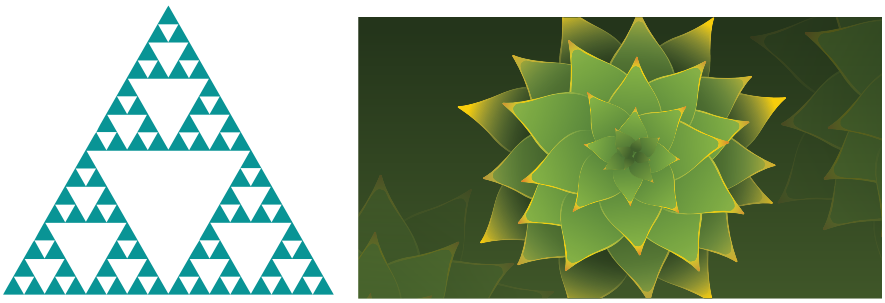
c.



Ayo Berefleksi

1. Apakah saya dapat membedakan benda yang sebangun dan yang tidak sebangun?
2. Apakah saya dapat memberikan contoh benda-benda yang sebangun?

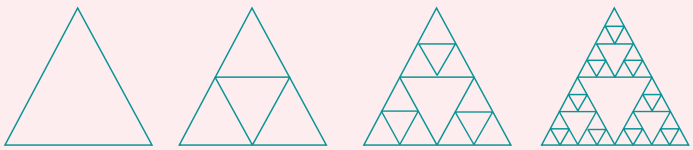
C. Kesebangunan pada Segitiga



Gambar 5.9 Fraktal

Tahukah Kalian?

Fraktal (seperti ditunjukkan pada Gambar 5.9) disusun dari gambar-gambar yang sebangun secara berulang. Berikut salah satu contohnya.

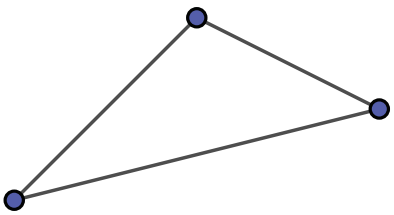


$n = 0$ $n = 1$ $n = 2$ $n = 3$

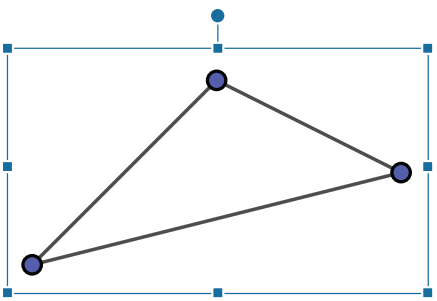
Mari mempelajari kesebangunan dari bangun datar yang paling sederhana.

Eksplorasi 5.3 Memperbesar atau Memperkecil Secara Proporsional

Angga sedang membuat sebuah dokumen elektronik dan perlu memasukkan gambar segitiga di dalamnya. Ini adalah gambar segitiga yang ia buat, tetapi gambar ini terlalu kecil.

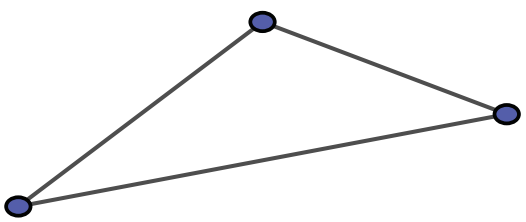


Ia memperbesar gambar tersebut dan berusaha mengatur ukuran gambar dengan menggeser tetikus pada kotak berwarna biru yang ada di sekeliling gambar segitiga.

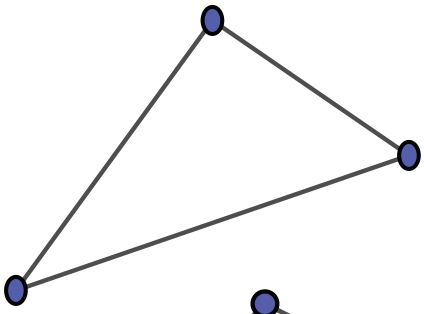


1. Angga mencoba beberapa kali dan setiap kali mendapatkan hasil yang berbeda. Berikut adalah segitiga-segitiga yang dia dapatkan. Bantulah Angga untuk menentukan segitiga mana yang sebangun dengan segitiga awal. Jelaskan alasannya.

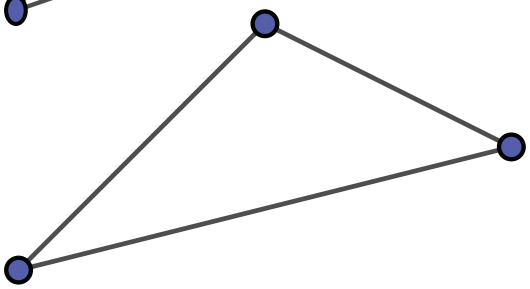
   a.



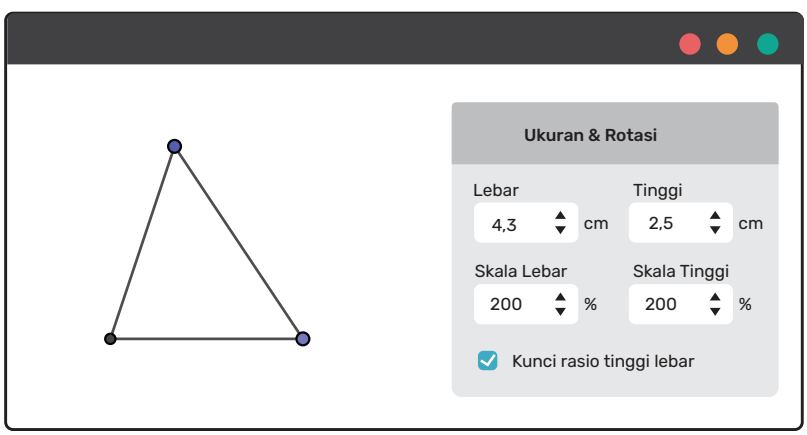
b.

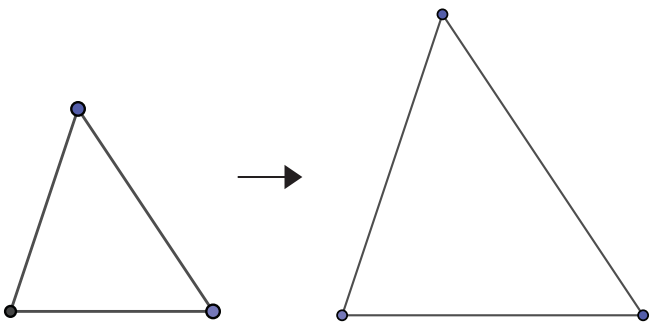


c.



2. Kali ini Angga menggunakan fitur *size options* pada aplikasi yang digunakannya. Segitiga yang kanan adalah segitiga yang dihasilkan dengan memperbesar segitiga sebelah kiri sebesar 200%.





Gambar awal Gambar yang diperbesar

a. Apa saja persamaan kedua segitiga?
b. Apa saja perbedaan kedua segitiga?

3. Ukur panjang sisi-sisi segitiga dan tuliskan perbandingan:
   a. Sisi terpendek di kedua segitiga
   b. Sisi terpanjang di kedua segitiga
   c. Sisi yang bukan terpendek maupun terpanjang di kedua segitiga
   d. Adakah perbandingan sisi yang sama?

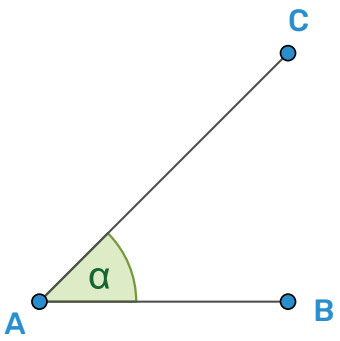
Ruas garis yang menghubungkan titik A dan titik B dapat dituliskan sebagai AB. Selain itu, AB juga digunakan untuk menuliskan panjang ruas garis AB.

Jika AB dan CD menyatakan panjang ruas garis AB dan CD, perbandingan panjang keduanya dituliskan sebagai $\frac{AB}{CD}$.

Ada beberapa cara penamaan sudut:

1. Pada subbab A kalian sudah belajar menamai sudut dengan huruf Yunani.
2. Sudut dapat dinamai sesuai nama titik sudutnya. Contohnya, pada $\triangle ABC$ ada tiga sudut, yaitu $\angle A, \angle B$, dan $\angle C$.
3. Menggunakan tiga huruf. Nama titik sudutnya diletakkan di tengah. Contohnya $\angle A$ pada $\triangle ABC$ dibentuk oleh perpotongan ruas garis BA dan ruas garis AC, maka $\angle A$ dapat juga dituliskan $\angle BAC$ atau $\angle CAB$.

Sudut pada Gambar 5.10 dapat dinyatakan sebagai α atau $\angle A$, atau dapat juga disebut $\angle BAC$ atau $\angle CAB$.



Gambar 5.10 Penamaan Sudut

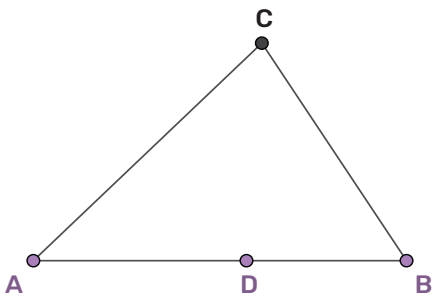
$\triangle ABC$ sebangun dengan $\triangle DEF$ dapat dituliskan $\triangle ABC \sim \triangle DEF$. Perhatikan bahwa urutan huruf dalam penulisan ini artinya

$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle B = \angle E \\ \angle C = \angle F \end{cases}$$

Latihan 5.3

1. **Ayo Berpikir Kritis**

Perhatikan $\triangle ABC$ berikut. Titik D terletak pada AB. Jika E terletak pada AC, gambarkan $\triangle ADE$ yang sebangun dengan $\triangle ABC$.



a. Pada dua segitiga yang sebangun, sudut-sudut yang berpadanan besarnya _____

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$

b. $\angle A = \angle$ _____ sudut berimpit

c. $\angle B = \angle$ _____ sudut sehadap

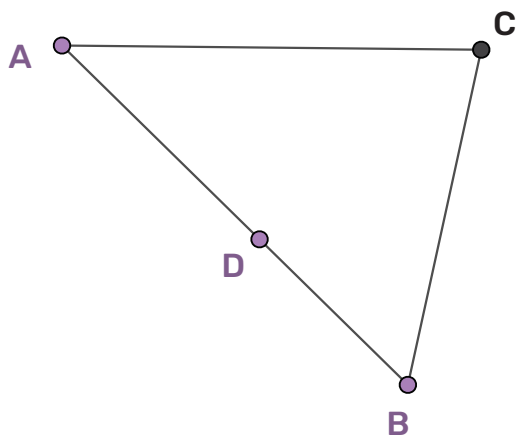
Untuk mendapatkan sudut yang sehadap dengan $\angle B$ pada titik D, pada titik D gambarkan garis yang

_____ dengan BC.

d. Titik E adalah perpotongan garis _____ dan garis _____

e. Apakah $\triangle ADE$ yang kalian gambar sebangun dengan $\triangle ABC$? Jelaskan.

2. Pada $\triangle ABC$, $AB = 7$ cm, $BC = 5$ cm, $AC = 6$ cm. Titik D terletak pada AB sehingga $AD = 4$ cm, $DB = 3$ cm.

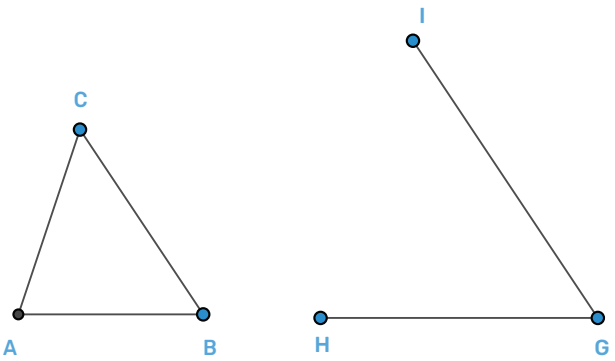


a. Tentukan letak titik E sehingga $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.

b. Tentukan panjang DE

3. **Ayo Berpikir Kritis**

a. Lengkapi gambar di sebelah kanan supaya menjadi segitiga yang sebangun dengan $\triangle ABC$.



b. Tentukan sudut dan sisi yang berpadanan.

i. $\angle G = \angle$ _____

ii. $\frac{GH}{BA} =$ _____

iii. $\frac{GI}{BC} =$ _____

c. Apakah data-data pada pertanyaan b cukup untuk menjamin bahwa $\triangle GHI$ sebangun dengan A?

d. Tuliskan dengan urutan huruf yang tepat

$\triangle GHI \sim \triangle$ _____

4. Pada $\triangle ABC, \angle ABC = 90^\circ$ $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm. BD adalah garis tinggi. Tentukan:

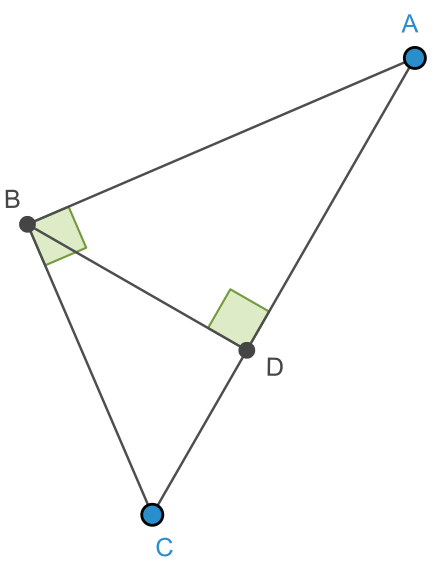
a. Luas $\triangle ABC$

b. Panjang BD

c. Segitiga yang sebangun

d. Panjang DC

e. Luas $\triangle BCD$



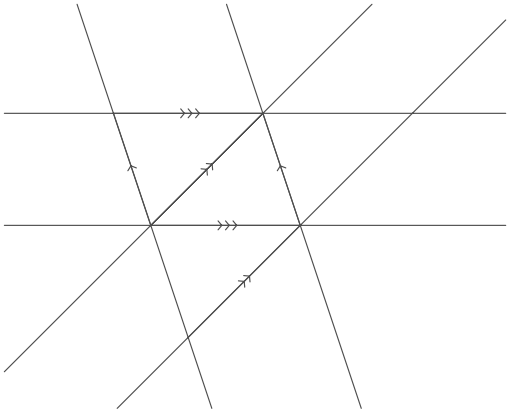
Refleksi

Ayo merefleksikan kembali hal-hal apa saja yang telah kalian pelajari.

1. Apakah saya memahami sifat-sifat segitiga yang sebangun?
2. Apakah saya memahami syarat-syarat sehingga dua segitiga disebut sebangun?
3. Apakah saya dapat memanfaatkan sifat kesebangunan segitiga untuk menyelesaikan masalah?
4. Pada segitiga yang sebangun, sudut-sudut yang berpadanan besarnya _____
5. Pada segitiga yang sebangun, sisi-sisi yang berpadanan memiliki perbandingan yang _____

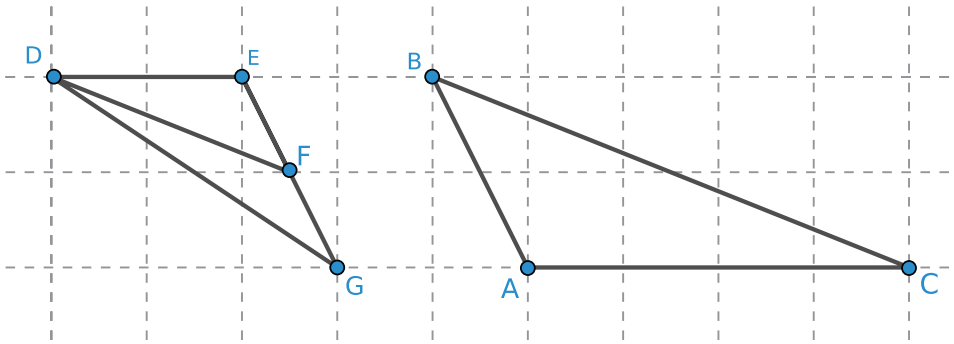
Uji Kompetensi

1. Tentukan sudut-sudut yang sama besar.



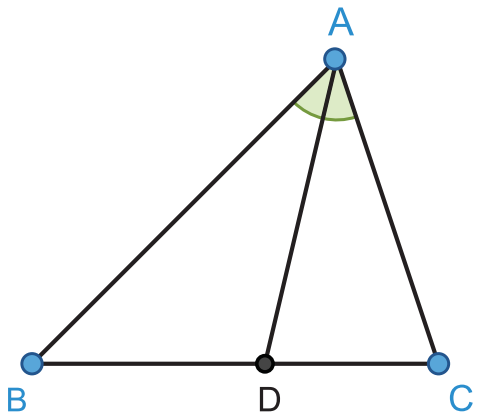
2. Temukan segitiga-segitiga yang sebangun pada gambar nomor 1.
3. Seorang siswa yang tinggi badannya 150 cm mengamati bayangannya. Kawannya mengukur bayangan itu. Ternyata panjangnya 100 cm. Mereka kemudian mengukur bayangan sebuah gedung di dekat lapangan. Ternyata panjangnya 300 cm. Tentukan tinggi gedung tersebut.

4. Tentukan segitiga yang sebangun dengan $\triangle ABC$. Jika EF = 5 cm, tentukan panjang AB.



Pengayaan

Pada $\triangle ABC$, AD membagi $\angle A$ menjadi dua bagian yang sama besar. AD disebut **garis bagi**. Titik D terletak pada sisi BC.



a.

Gambarkan garis yang sejajar dengan AD dan melalui titik C. Garis ini berpotongan dengan perpanjangan AB di titik E.

b. Tuliskan sudut-sudut yang sama besar.

c. Beri alasan bahwa $\triangle ACE$ sama kaki. Tuliskan sisi-sisi yang sama panjang.

d. Tuliskan segitiga yang sebangun dengan $\triangle BCE$.

e. Tuliskan perbandingan sisi yang sama, manfaatkan untuk menunjukkan bahwa $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$.